

# Una codificación de la proyección cúbica para la generación de modelos inmersivos

Lucas Fabián Olivero, Adriana Rossi, Salvatore Barba

## Abstract

Los resultados de esta investigación están destinados al estudio del complejo sistema de representación generado a través de imágenes inmersivas. El objetivo general es transferir las técnicas que caracterizan los modelos inmersivos generados con imágenes raster a modelos inmersivos generados a partir de dibujos vectoriales, sin limitarnos a una mera sustitución del ente geométrico elemental punto (o píxel) con la línea. Para ello, se codifican las transformaciones desde las vistas bidimensionales a la panorámica inmersiva. Se propone un avance del estado del arte, reconduciendo los estudios al ámbito de la geometría descriptiva, ampliando el cono de visión a los 360° del espacio que rodean al observador. El trabajo se vale de estudios anteriores sobre modelos híbridos inmersivos, la proyección equirectangular y la cúbica. El estado del arte que se asume como base de partida se caracteriza de una bibliografía completa para la equirectangular, sea con propuestas de métodos intuitivos como con métodos matemáticos mientras que para la proyección cúbica los procedimientos usados hasta hoy son solamente aproximados y desprovistos del necesario marco teórico completo. El método puesto en juego prevé, como pasaje obligado, el desarrollo formulaciones geométricas que servirán de base a formulaciones matemáticas. Anunciando pasos futuros, el contenido presentado en términos gráficos, buscará ser sintetizado en un algoritmo de gráfica digital escrito ad-hoc, para sentar las fundaciones de una nueva técnica avanzada de representación.

Palabras clave: proyección cúbica, cubemap, proyección equirectangular, técnicas avanzadas de representación, panoramas VR.

## Introducción: inmersividad y modelo inmersivo

«Inmersividad, proviene del lat. *immersus*, part. pas. de *immergere*, sumergir: Hablar de nuevas tecnologías nos lleva al concepto de inmersivo, de inmersión y de proyectos inmersivos. El criterio utilizado es estar sumergido, o contenido por algo. Lo que nos hace suponer-imaginar que al estar sumergido o inmerso hablamos de un medio ambiente, de un macro ambiente, de una escenografía, de una construcción, o una arquitectura variable» [Lolas 2014].

Un modelo inmersivo es el conjunto de elementos comunicativos (por ejemplo, textos, gráficos, sonidos, videos) y un ambiente virtual que permite fruir dicho contenido de forma interactiva.

Ambiente y contenido pueden relacionarse de diferentes maneras: el contenido se superpone a un ambiente en-

teramente virtual (*Virtual Reality*) o el contenido se superpone a un ambiente parcialmente real y parcialmente virtual (*Mixed Reality*). Existe una tercera posibilidad donde el contenido se superponga a un ambiente material real (*Augmented Reality*) que, sin embargo, se excluye de este estudio por no ser la conformación de dicho ambiente el objeto de la representación, reduciéndose a un problema técnico, de ejecución, y no uno teórico.

En *La geometria descrittiva: evoluzione di una teoria*, se comenta «*Ci si accorge, allora, che la rappresentazione matematica con le sue caratteristiche di continuità e accurato controllo metrico è affine al metodo di Monge, mentre la rappresentazione numerica, discontinua e approssimata, ma agile nella visualizzazione foto realistica, è affine alla prospe-*

tiva» [Migliari 2012, p. 26], por lo tanto, cuando en la representación inmersiva el elemento comunicativo principal es el mismo ambiente virtual, se puede estudiar la percepción sensorial en base a las formas en el espacio (como extensión de la perspectiva clásica) o el modelo matemático para su definición (como extensión del sistema de Monge). De aquí, dos claros objetivos se desprenden: el primero, cómo representar formas básicas en un modelo inmersivo, y el segundo, la relación de la imagen percibida con su definición constructiva.

Si aplicamos el modelo inmersivo a la arquitectura, la comprensión de ambos conceptos resulta fundamental para entender la conformación del espacio. Un espacio que puede también ser definido con una extensión de los métodos tradicionales, encontrando, gracias a esta técnica ampliada, un camino más fluido para entender los objetos en relación al contexto y el contexto en relación al ambiente urbano.

Señalamos cuanto es menester reglamentar el proceso ante el crecimiento que este tipo de representación está teniendo. A tal efecto, basta mirar por ejemplo el aumento exponencial del uso de la fotografía panorámica y todas las aplicaciones de allí derivadas. Por otra parte, la construcción de un ambiente genérico competente a arquitectos e ingenieros, entre otras cosas, porque el espacio, su ideación, configuración y materialización, constituyen la materia prima con la que trabajan; y además porque, como se verá, el estado del arte muestra ya la existencia autónoma de esta representación, parcialmente carente hasta ahora de disciplina científica y siendo este hueco donde se inserta este estudio en el intento de empezar a colmarlo.

Cabe aclarar que la definición de “virtual” expresada en este trabajo no hace referencia de forma exclusiva al uso de instrumentos digitales. Así, por ejemplo cuando se habla de modelo virtual, se propone en los términos señalados por Vito Cardone en su *Modelli grafici dell'architettura e del territorio*, es decir «con l'aggettivo inteso come ciò che è latente, ma soprattutto come ciò che possiede una potenzialità; ossia – secondo la categoria aristotelica – come ciò che è fondamentalmente potenziale inteso» [Cardone 2015, p. 342]. Extendemos dicha definición a modelos resultantes del levantamiento (reconstrucción) o destinados al proyecto arquitectónico. Como veremos, esta apertura no nos vinculará a la herramienta utilizada sino a la coherencia comunicacional de la representación, es decir, al proceso de pensamiento para la construcción de la escena.

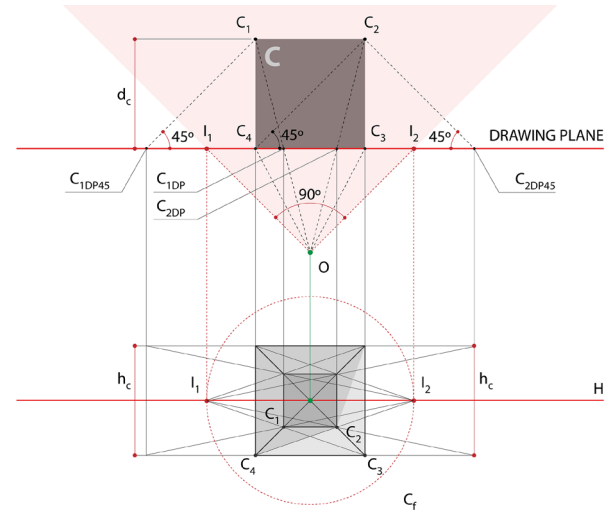


Fig. 1. Perspectiva cónica, utilización de las diagonales para encontrar  $C_1$  y  $C_2$  (elaboración gráfica de Lucas Fabián Olivero).

## El contexto

Los primeros albores de los actuales modelos inmersivos están constituidos por enteros ambientes virtuales que podríamos referir como “instalaciones inmersivas”; algunos ejemplos serían las *trompe l'œil*, la Capilla Sixtina, los escenarios de Andrea Pozzo etc.

En este caso, el contenedor es un espacio físico real y el contenido se elabora en base a un específico punto de observación. Siguiendo dicho punto, uno puede sumergirse, ser partícipe de la épica escena y estudiar el contenido gráfico-simbólico.

A partir de allí, los primeros intentos sistemáticos de crear ambientes virtuales fueron entre el siglo XVIII y XIX, donde las escenas pintadas a 360° en la rotonda panorámica de Robert Baker y las proyecciones múltiples del Cinerama [Rossi 2018, pp. 1389, 1390; Cabezos Bernal, Cisneros Vivó, Soler Sanz, p. 5] llevaron al público el acceso a lugares remotos, como las excavaciones en Pompeya; o a momentos épicos, como la exitosa escena de la Batalla de Waterloo.

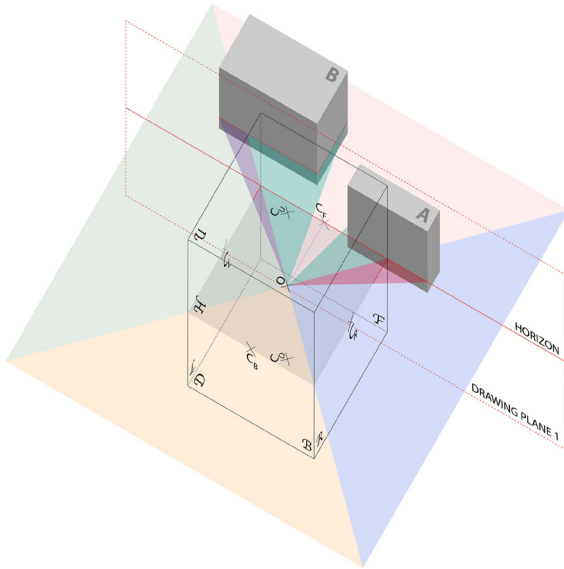


Fig. 2. Escena genérica a ser representada en proyección cúbica (elaboración gráfica de Lucas Fabián Olivero).

Hasta aquí, todo un aparatoso mecanismo se pone a disposición de la ilusión del espectador, intentando incluso “desorientar” a los espectadores haciéndolos pasar por instalaciones pensadas a tal fin: «*The building was designed to disorient people as they passed from the actual to the virtual world. Spectators had to walk down a long dark hallway and climb shadowy stairs before emerging onto the viewing platform*» [Shannon 2016].

El eslabón más cercano lo constituye finalmente la fotografía panorámica que evolucionó el dibujo panorámico. Con la explosión tecnológica que pone al alcance de la mano de billones de personas el teléfono celular y con él una máquina fotográfica, hoy en día podemos encontrarnos con panoramas inmersivos enteros o parciales con el simple acceso a internet.

La tecnología de *Google Street View* ha acercado la navegación digital a incontables lugares, por lo que la exploración arquitectónica y urbana se han transformado en un hábito cotidiano.

Hoy por hoy, los modelos inmersivos cumplen la principal función de difundir información. A su vez, existe un gran crecimiento del uso técnico de los ambientes virtuales, por ejemplo, para el proyecto arquitectónico y urbano o, como en el caso de la fotografía panorámica, como base para una modelación fotogramétrica [Barazzetti, Previtali, Roncoroni 2017].

## Anamorfosis

A la base de todas estas manifestaciones y como denominador común, encontramos la representación en clave de anamorfosis. Una anamorfosis es, de hecho, un método para reducir dimensiones en el sentido más literal de la palabra. Por ejemplo, un objeto real que existe en tres dimensiones se reduce en una dimensión cuando se lo dibuja en el plano, siendo ambos equivalentes en significado, pero no en materia.

Para apreciar la “forma natural” de una anamorfosis, existe la condición fundamental de que el observador se posicione en el punto exacto donde convergen los rayos proyectados. Posicionado el observador fuera de dicho punto, sucede que los mismos elementos se verán deformados. Efectivamente, Andrea Pozzo marcó los puntos de observación en San Ignacio de Loyola con dos discos dorados para la mejor apreciación de la escena en la nave principal y la falsa cúpula. Sin embargo, esto no implica que la representación observada desde un punto diferente esté deformada (cómo sinónimo de errada, mal realizada), sino que es correcta para un único punto espacial y, como veremos más adelante, para un específico campo de observación, tal como demostrado por el matemático António Araújo en *Anamorphosis: Optical games with Perspective’s Playful Parent* [Araújo 2017, pp. 73, 74].

Para producir una anamorfosis, en cambio, es además necesario tener el conocimiento de la superficie donde se proyectarán los rayos, ya que de ella dependerán la disposición de la información.

Si analizamos en detalle, la perspectiva clásica misma es un caso especial de anamorfosis. Efectivamente, la superficie de trabajo es conocida (un plano) y el grupo de rayos proyectados se reduce a aquellos contenidos en un cono de visión de 90°, dando como resultado una representación que podríamos decir acorde a la del ser humano.

«*Perspective had been developed as a method representing space and spatial objects according our seeing*» [Leopold 2016, p. 409]. Así, se ha visto popularizada por su carácter de común acuerdo sea para su lectura como para su elaboración.

En el caso de los modelos inmersivos ya no se trata de un plano de dibujo, sino de un contenedor espacial extendido que rodea al observador y se cierra en torno a él conformando, por ejemplo, un sólido regular de rotación. Este contenedor define una proyección durante el proceso de *flattening* (o aplanamiento). En efecto, el resultado de la codificación del desarrollo de las proyecciones de diferentes tipos de líneas en una superficie, define un tipo particular de proyección y se relaciona con las características intrínsecas de dicha superficie. Por ejemplo, la proyección equirectangular resulta ser el mapa abierto de las líneas proyectadas en una esfera, mientras la proyección cúbica (o *cubemap*), de las líneas proyectadas en un cubo.

### Modelo inmersivo digital e híbrido

Los instrumentos utilizados para componer una representación cualquiera han variado desde aquellos analógicos hasta los digitales, conformando hoy en día una gama de posibilidades expresivas que se ajustan a la necesidad técnico-comunicativa definida por el objeto de la representación misma. La tecnología digital que vino en un primer momento a imitar las técnicas analógicas, ha pasado gradualmente a conformar un propio lenguaje de representación. Los modelos inmersivos aquí referidos son en su versión final, digitales, o sea montados y visualizados con tecnología digital: el ambiente virtual, la adición de contenidos y la visualización final, se realizan con soporte informático.

El ejemplo más conocido de modelo inmersivo digital es la visita virtual (o *virtual tour*), donde los ambientes utilizados como base pueden ser desde fotografías panorámicas a 360° hasta ambientes enteramente creados de forma digital con programas de modelación.

Superando el ya herrumbado discurso (pero que tantas enseñanzas nos ha dejado) sobre la primacía de las técnicas digitales o de las analógicas, nos adentramos a estudiar la posibilidad de hibridar los modelos digitales para recuperar las innumerables ventajas que ambas técnicas ofrecen.

Un modelo híbrido inmersivo por su parte será entonces generado con técnicas analógicas y visualizado con técnicas digitales. Cuenta con un ambiente virtual que puede ser realizado mediante el uso de la proyección equirectangular, o la cúbica, proyecciones que permiten sintetizar el entero panorama alrededor del observador. En este mapa de información estarán representados por lo menos seis puntos de fuga.

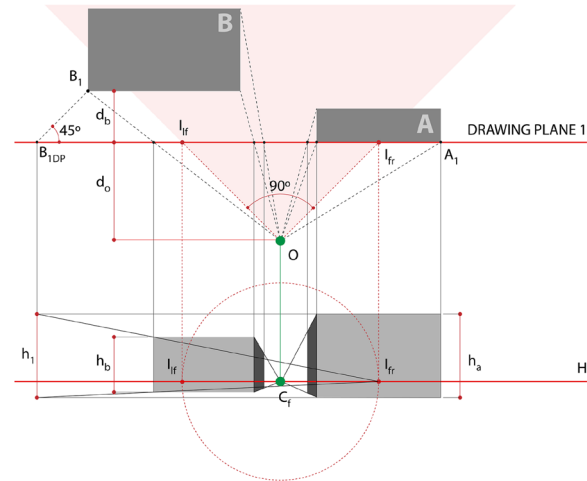


Fig. 3. Construcción de la perspectiva cónica tradicional de la escena (elaboración gráfica de Lucas Fabián Olivero).

### El estado del arte

A la base de los modelos inmersivos digitales nos encontramos con dos superficies que han sido mayormente utilizadas para la creación de ambientes virtuales: la esfera y el cubo. En grandes términos, se verifica que estos desarrollos se basan en dos métodos principales: el intuitivo, a través de la aplicación de grillas preformateadas que, siguiéndolas, el usuario puede “crear” perspectivas inmersivas aunque no necesariamente siendo consciente de lo que está desarrollando; y el método geométrico-analítico-matemático, que busca el desarrollo del conocimiento de base de la proyección. Este trabajo se insertará en el segundo método.

Para las proyecciones esféricas usando métodos intuitivos, contamos con una creciente cantidad de ejemplos de arquitectos y artistas que hacen uso de una grilla como base, tal es el caso de Arno Hartmann (Alemania), Sandnes Frode Eika (Noruega) y Bruno Sucurado (Argentina), entre otros. Aquí, la grilla ha sido utilizada sea para producir ambientes virtuales imaginarios (proyecto) o para reproducir ambientes reales (levan-

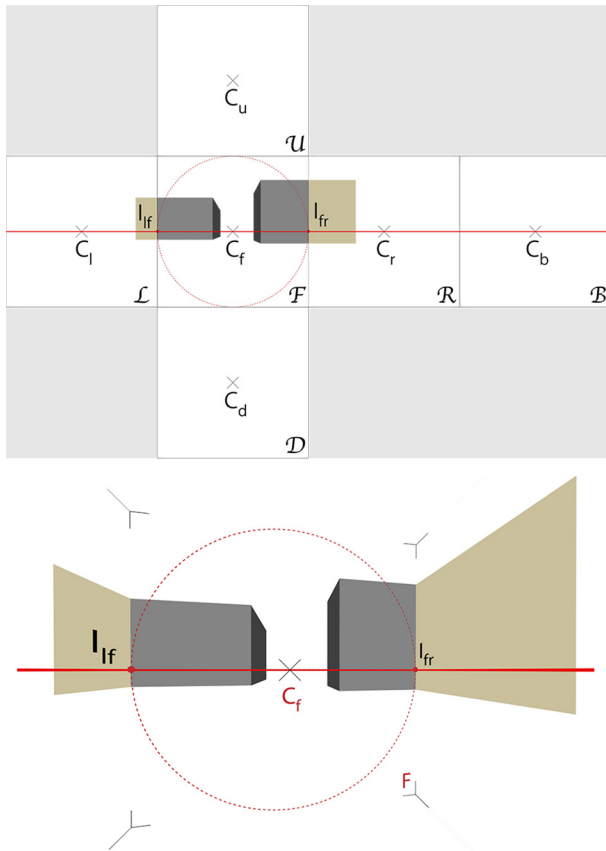


Fig. 4. La perspectiva trasladada al cubemap y su visualización inmersiva (elaboración gráfica de Lucas Fabián Olivero).

tamiento). Otro uso que se les ha dado a estos *template*, más o menos precisos, ha sido como base para software de dibujo a 360°, tal es el caso de *Sketch 360* [1].

Para las proyecciones esféricas usando métodos geométrico-matemáticos, contamos con trabajos como *Drawing Equirectangular VR Panoramas with Ruler, Compass, and Protractor* y *Constructing a total spherical perspective* [Araújo 2018a; 2018b], *La prospettiva e la costruzione dello spazio figurativo* [Masetti 2014], evoluciones o complementos de los trabajos previos *L'œil, au centre de la sphere visuelle* [Michel 2013] y de *La perspective curviligne: de l'espace visuel à l'image construite* [Barre, Flocon, Bouligand 1967]. Todos estos estudios tienen por objeto el desarrollo analítico de la perspectiva en proyección esférica, con campos visuales parciales hasta los enteros 360x360°, desglosando la resolución en elementos parciales (líneas, planos) para luego dar un método que comprenda una solución integral. El resultado es un exhaustivo material de base en términos científicos. En particular, se destaca la intención de desarrollar estas complejas representaciones a partir del uso de instrumentos simples como la regla y el compás o refiriendo, como sostiene Migliari, «la geometria classica che impiega esclusivamente la retta e il cerchio» [Migliari 2012, p. 27].

Para la proyección cúbica usando métodos intuitivos, contamos con numerosas entradas de artículos en la web en forma de tutoriales, como por ejemplo *4 Steps to create a 360 VR illustration/Painting in Photoshop* de la oficina Studio Behind 90 [2] o *Draw Sketches for Virtual Reality Like a Pro* [Kurbatov 2017]. Estas publicaciones intentan resolver el *how to* sin hablar de la proyección misma y sus características. En el mejor de los casos lo solucionan convirtiendo la grilla equirectangular en una cúbica y luego regresando nuevamente a la equirectangular. Por otra parte, con procedimientos más automatizados, fue creado el plugin *Oniride* [3] para *Photoshop 2015.5* y actualmente, como descrito en el *How to creating 360 Virtual Reality (VR) Illustration with Adobe Photoshop CC* del antes mencionado Studio Behind 90, el mismo *Photoshop* incluye ya por defecto una posibilidad de alternar entre equirectangular y una visión reducida convertida a visión plana (*flattening*). Por último, citamos el proyecto *Sketching in Space* [Habakuk, Zöllner, Müller 2010] que utiliza una instalación interactiva basada en un cubo y herramientas inalámbricas diseñadas *ad hoc*.

Para la proyección cúbica usando métodos geométrico-matemáticos, cuanto indagado hasta el momento pone a disposición soluciones parciales de base  *raster*, con un hueco de avance disciplinar para el desarrollo vectorial-paramétrico.

Contamos además con métodos que podrían adaptarse o soluciones parciales ya que el cubo se utiliza como el referente básico para dibujar formas espaciales. Algunos ejemplos son el método *Prisma T-homólogo de un cubo* usado en el *Homologías entre figuras de tercera categoría* [Fernández Rodríguez 2002, p. 2]; o el dibujo del cubo en perspectiva que realiza una «aplicación de retícula con figuras en paredes laterales y localización en su interior de dos estructuras poliédricas valiéndose de la retícula de las paredes y el suelo» [Hernández Falagán, Signes Orovay, Berdié Soriano 2015, pp. 10-12]. Estos conocimientos, sin duda valiosos como base de partida, no llegan a una solución completa a la creación inmersiva, es decir a una solución que comprenda la clasificación de líneas, elaboración de grillas, o, por ejemplo, un método de dibujo haciendo uso de formas geodésicas tal como resuelto para la proyección equirectangular [Araújo 2018a, p. 17]. Como señalado previamente en la primera parte de este trabajo [Barba, Rossi, Olivero 2018], no es exhaustiva la literatura ni sus desarrollos para resolver el problema de la proyección cúbica. De forma casi tangente,

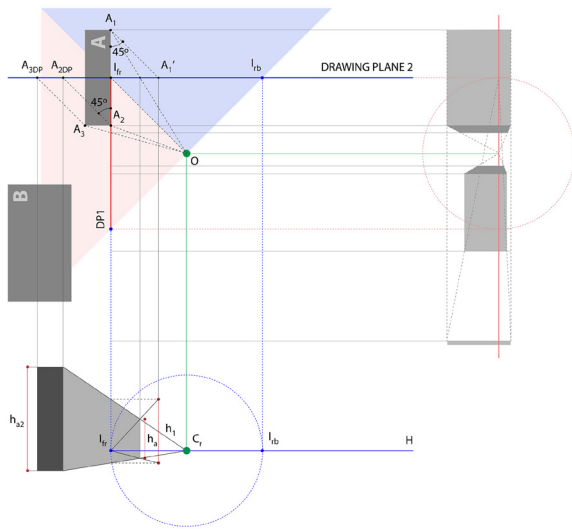


Fig. 5. Construcción de la perspectiva cónica tradicional con rotación del observador  $90^\circ$  a su derecha (elaboración gráfica de Lucas Fabián Olivero).

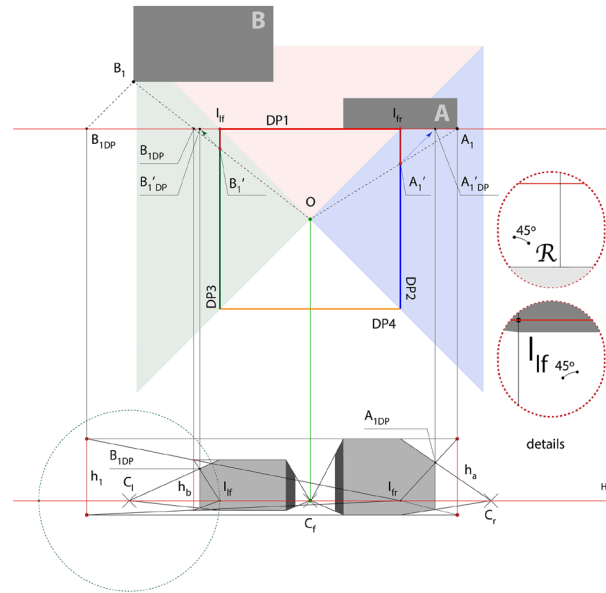


Fig. 6. Composición final de la escena realizada con uso de la proyección cónica (elaboración gráfica de Lucas Fabián Olivero).

lo más cercano son los estudios comparativos de ambas superficies en informática a través del desarrollo del llamado *environmental mapping*, tales como *Isocube: Exploiting the Cubemap Hardware* [Wong, Wan, Leung 2007], *Converting to/from cubemaps* [Bourke 2016] o *Environment Mapping and Other Applications of World Projections* [Greene 1986] que, sin embargo y como es natural para un estudio de dicha área, han planteado la noción desde el punto de vista de la performance y el rendimiento de cada una de ellas en términos de consumo de recursos a la hora de la renderización. Se evalúan allí también las bondades gráficas como los reflejos, las sombras y propias arrojadas durante la modelación 3D. En términos de textura, por ejemplo, cada píxel de la esfera (inscrita o circunscrita en un cubo), encuentra su correlación con un píxel de la textura del cubo, principalmente a través de la apreciación visual.

Recapitulando entonces, el contenido recolectado para la proyección cúbica usando métodos geométrico-mate-

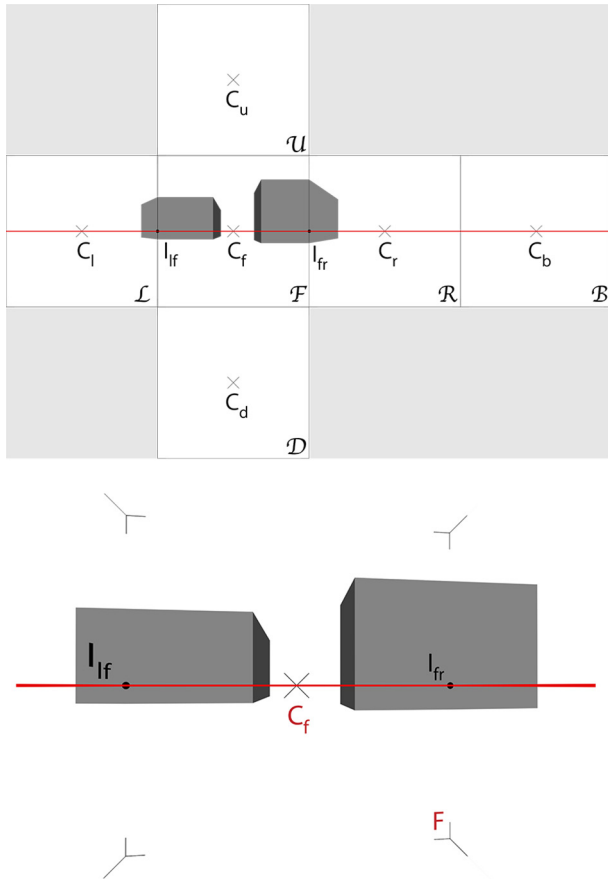


Fig. 7. Construcción final trasladada al cubemap y su visualización inmersiva (elaboración gráfica de Lucas Fabián Olivero).

máticos no llega a completar una solución holística. Los métodos empíricos por su parte, logran cubrir la ejecución pero dejando fuera de todo foco el rigor científico, pero que sin embargo testimonia el creciente interés por una técnica que pueda unificar el dibujo analógico con la tecnología VR.

El estado del arte actual nos muestra el triunfo del método de prueba y error para obtener un resultado aproximado y solamente expositivo, lo que es cuanto menos dudoso de carácter científico. Cabe en efecto recordar que uno de los objetivos de las históricas instalaciones era aumentar la afectación emocional de los usuarios (objetivo que aparentemente no ha cambiado). En el *Virtual Art* de hecho nos encontramos con «Immersion can be an intellectually stimulating process; however [...] in most cases immersion is [...] a passage from one mental state to another. It is characterized by diminishing critical distance to what is shown and increasing emotional involvement in what is happening» [Grau 2003, p. 13]. Un peligro es, por lo tanto, que la representación no se normalice a tiempo y que la inminente propagación de su uso derive en el concepto de caja negra (*black box*) [Araújo 2018a, p. 16] donde quienes hacen uso del sistema de representación no poseen realmente los conocimientos de lo que están realizando, sino que resultan meros virtuosos en el uso del software.

### Geometría descriptiva de base en proyección cúbica

Se presenta a continuación un ejemplo genérico de representación con el uso de la proyección cúbica haciendo uso de las bondades de la geometría descriptiva. El objetivo es encontrar las proyecciones correctas para una representación que resultará, como veremos, fragmentada, ya que excede el normal cono de visión de 90° que contiene cada cara del cubo.

Recordemos para empezar, el ejemplo genérico de una perspectiva cónica con un punto de fuga central (fig. 1). El método aplicado nos sugiere que, definidos los rayos entre  $C_1$  a  $C_4$  y el observador  $O$ , en sus intersecciones con el plano de dibujo (*drawing plane* o DP), podemos encontrar la respectiva posición de cada punto en la perspectiva cónica desarrollada en la parte inferior de la figura.

$C_4$  y  $C_3$  resultaran, una vez posicionados respecto a  $H$  (parte inferior del dibujo), en dimensión real. Para encontrar  $C_1$  y  $C_2$  en cambio, partimos de  $C_{1DP}$  y  $C_{2DP}$  resultado

de las intersecciones de los rayos  $C_1O$  y  $C_2O$  con  $DP$ . Fugando  $C_4$  y  $C_3$  hacia el punto central encontrando  $C_1$  y  $C_2$  su intersección con la continuación de  $C_{1DP}$  y  $C_{2DP}$ . Ahora bien, existe también otra posibilidad de encontrar la profundidad de elementos que no están en contacto con el plano de dibujo tales como  $C_1$  y  $C_2$ . Tomando, por ejemplo,  $C_2$  y trasladándolo a  $45^\circ$  hasta el plano de dibujo. Dichas diagonales nos dan  $C_{2DP45}$  o  $C_4'$ . Desde allí, en continuación hacia el plano  $H$ , es posible posicionar la altura real del objeto  $h_c$ . Finalmente, se fuga hacia  $l_1$  si se utiliza  $C_{2DP45}$ , o hacia  $l_2$  si se utiliza  $C_4'$  para encontrar  $C_2$  en la intersección con  $C_{2DP}$ . La elección de la diagonal a  $45^\circ$  no es condicionante mientras que el punto al que se fuga sea el indicado como puede verificarse gráficamente también para  $C_1$ . Supóngase ahora una escena genérica compuesta de dos edificios A y B según figura 2 a ser representada en la proyección cúbica. Siguiendo la figura 3, iniciaremos con una clásica perspectiva cónica que fuga a un único punto central que llamaremos  $C_f$ . Diremos que ambos edificios tienen la misma altura  $h_1$ . La fachada del edificio A es paralela y coincide con  $DP1$ . El edificio B también es paralelo a  $DP1$ , pero se ubica a una cierta distancia  $d_b$ . Definimos un observador genérico  $O$ , posicionado a una distancia  $d_o$  de  $DP1$  y perpendicular a él.

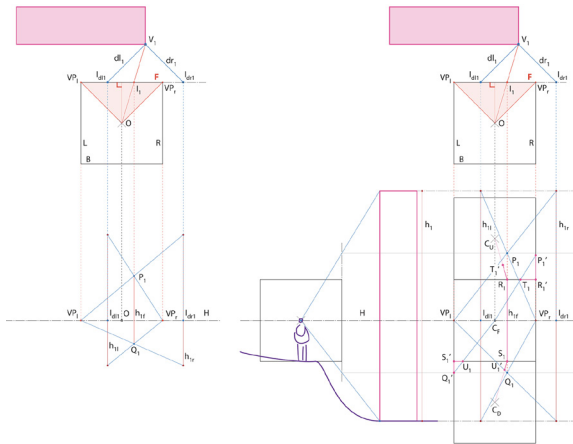


Fig. 8. Layout general del algoritmo de resolución completo para líneas horizontales y verticales paralelas a las caras del cubo (elaboración gráfica de Lucas Fabián Olivero).

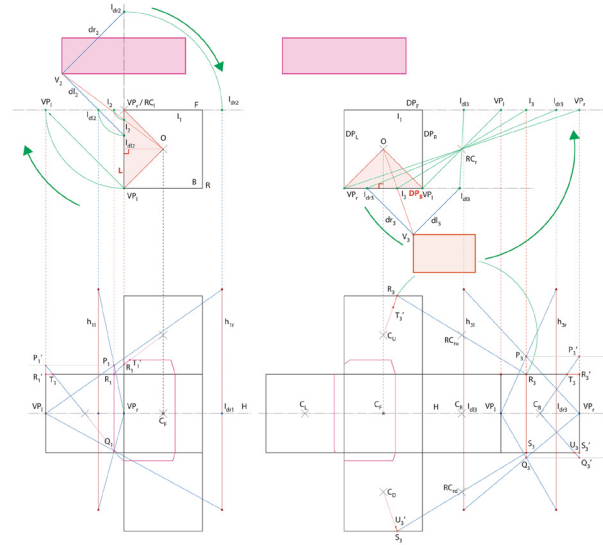


Fig. 9. Aplicación del algoritmo a un ejercicio práctico. Resolución de una línea contenida en un plano (izquierda) y a una línea dividida hasta en tres fragmentos (derecha) (elaboración gráfica de Lucas Fabián Olivero).

De las proyecciones de los vértices de los edificios A y B obtenemos las diferentes intersecciones con  $DP1$ . Extendiendo dichas proyecciones a su vez a la parte inferior hasta intersectar la línea de horizonte  $H$ , podremos comenzar a conformar la representación en perspectiva de la escena. En efecto, de la intersección de  $A_1$  en  $H$ , podemos ubicar  $h_1$  de acuerdo a su relación con la altura en la que se posiciona el observador. Siendo que A coincide con  $DP1$ , resulta que  $h_1 = h_o$ . Para encontrar  $h_b$  en cambio, seguimos el camino apenas presentado proyectando  $B_1$  a  $45^\circ$  hacia  $DP1$ . Como resultado de esta construcción, obtenemos nuestra escena completa con zonas que exceden el campo visual de los  $90^\circ$ . Si trasladamos esta construcción al mapa del cubo abierto (o *cubemap*) tomando cada cara con un cono de visión igual a  $90^\circ$  como en figura 4, cuando procedemos a su visualización inmersiva veremos que las zonas que se encuentran fuera de dicho cono se visualizan de forma errónea.

Ahora bien, si el observador girase hacia su derecha, es posible reconstruir solamente el edificio A que se encuentra dentro



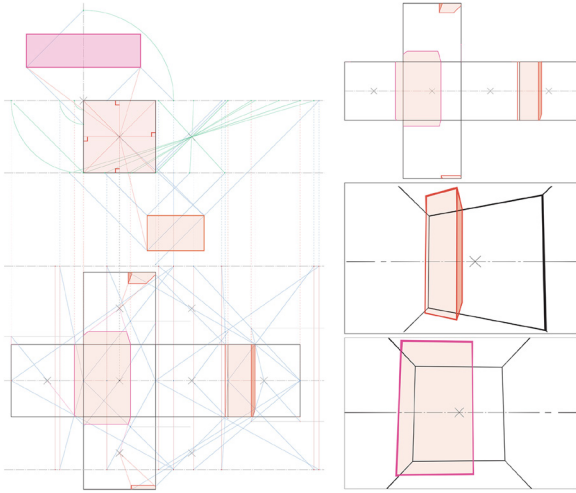


Fig. 10. Aplicación del algoritmo generado a vértices en planos de dibujo diferentes del frontal: L, R (izquierda) y B (derecha) (elaboración gráfica de Lucas Fabián Olivero).

de su campo visual (fig. 5). En este caso, el plano de dibujo es DP2, perpendicular a DP1. Llamaremos al punto de fuga Cr. Puede apreciarse en figura 5 que la parte por delante de DP2 se resuelve de la misma forma que al inicio de esta sección, es decir trasladando en este caso A<sub>2</sub> y A<sub>3</sub> en un ángulo a 45° hacia DP2. Encontraremos la altura real del edificio en correspondencia con el punto I<sub>fr</sub>, intersección de A con DP2. Fugando desde Cr, se obtienen las alturas proyectadas en correspondencia con A<sub>2DP</sub> y A<sub>3DP</sub>. A continuación, como puede verse en figura 6, si sustituimos el contenido reconstruido dentro de nuestro campo visual centrado en Cr y lo posicionamos en la cara derecha R del cubemap, la navegación inmersiva da como resultado una visualización correcta.

Se verifica entonces que el uso de un cuadro de dibujo ortogonal al primer escenario planteado, da como resultado la anamorfosis correcta.

Completaremos a continuación la parte restante regresando al dibujo inicial.

Nos proponemos plantear un método directo, que nos permita encontrar las intersecciones sin la necesidad engorrosa de rotar cada 90° o rotando la menor cantidad

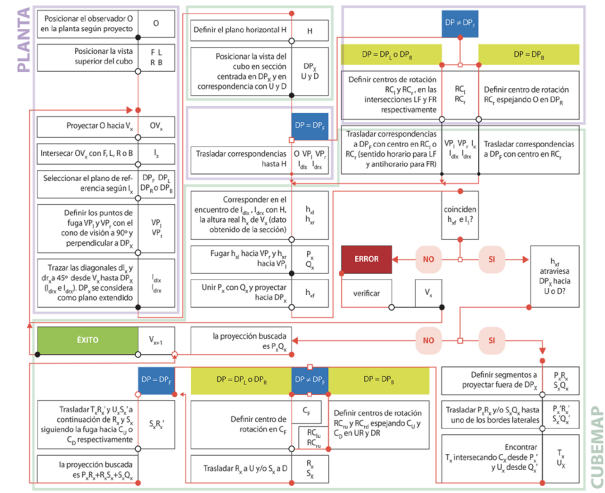


Fig. 11. Resolución completa ejercicio práctico de aplicando el algoritmo generado (izquierda). Cubemap final y visualización VR (derecha) (elaboración gráfica de Lucas Fabián Olivero).

de veces posibles hasta lograr el entero 360. Para ello entonces nos valemos del estudio de las proyecciones en los cuatro planos de dibujo DP1 a DP4 situados entorno al observador como indicado en figura 7.

Estableciendo nuevos planos de dibujo aparecen también nuevas intersecciones y por lo tanto nuevas proyecciones. Utilizaremos A<sub>1</sub> para verificar con lo ya elaborado.

Podemos ver que en el rayo O A<sub>1</sub> aparece la intersección A<sub>1</sub>' en DP2. Este punto se encuentra por delante de nuestro DP1, por lo que, para encontrar su correspondencia hemos de trasladarlo a 45° hacia DP1, lo que nos da A<sub>1'DP</sub>. En la perspectiva, A<sub>1'DP</sub> nos da efectivamente la intersección construida en los pasos anteriores. Iterando el proceso para B<sub>1</sub> encontraremos el final efectivo del edificio B. Insertando el contenido final en el cubemap y usando la modalidad inmersiva, puede verificarse la correcta construcción de la anamorfosis (fig. 8).

Una vez elaborado el dibujo completo, habrá que agregar de forma digital los metadatos y realizar ciertos pasajes obligados para montar el modelo digital. Una primera línea guía de trabajo al respecto puede encontrarse en "CubeME", a variation for an immaterial rebuilding [Barba, Rossi, Olivero 2018].

## El algoritmo completo

«A partir del estudio geométrico y algebraico de la homología entre figuras de tercera categoría podemos proporcionar a la Informática una serie de algoritmos que nos permitan explotar las posibilidades de esta transformación geométrica» [Fernández Rodríguez 2002, p. 1]. A modo de cierre se presenta un primer algoritmo completo para dibujar en las seis caras del cubo (fig. 8). El flujo general del trabajo se define a través de la utilización de las ya presentadas diagonales a 45°, en cuyo encuentro en perspectiva se recompone la altura buscada. A partir de esa altura se hace una doble verificación utilizando el rayo  $OP_x$  y su correspondencia (fig. 9). Se resuelve también como representar alturas fragmentadas, es decir, contenidas en más de una cara del cubo (figs. 9, 10). El todo se aplica a una representación de dos edificios genéricos con la misma altura ubicados de frente y a espaldas del observador (fig. 10) en cuya visualización inmersiva final se verifica la correcta anamorfosis (fig. 11).

Queda pendiente la resolución de líneas que no tengan como puntos de fuga los centros de las caras (o bien, líneas que no sean horizontales o verticales paralelas a las caras del cubo). Se pre-anuncia asimismo que dicha resolución total será objeto de próximas publicaciones.

## Conclusiones

La proyección cúbica se presenta como una representación compleja que se nutre de los conceptos de la perspectiva clásica como punto de partida. Esta nueva forma de adaptación potencia la gráfica inmersiva. Quedan aún por desarrollar una clasificación de líneas, de los desarrollos resultantes de la intersección de planos pasantes por el cubo, como así también un método para ubicar puntos del espacio a partir del levantamiento *in situ*.

El aspecto innovador de este tipo de representación se ve sintetizado paso a paso en: primero, el siste-

ma busca fruir, definir y organizar de forma técnica cierta potencialidad hasta el momento exclusiva de lo digital, y conformar un modelo híbrido inmersivo geoméricamente definido. En efecto, gracias al uso científico de la tecnología la utilidad de las instalaciones inmersivas se ha extendido y complejizado, con la diferencia fundamental (respecto al panorama histórico) que el usuario puede interactuar y agregar contenido en tiempo real.

Estando a la base de dichos modelos el dibujo analógico, el sistema constituye un instrumento de entendimiento del espacio, de manipulación y de modelación. Vemos efectivamente, que el *upgrade* a los métodos tradicionales da un grado de aplicación extendida ya que el soporte no se limita al simple campo visual humano sino a la entera visión circundante, o sea: la relación del objeto y su inserción espacial, el edificio y su contextualización urbana; dando además (y a un mismo tiempo) una base para la carga de contenidos con posibilidad de visualización en escala real o superpuesta a la realidad material (gracias a los lentes VR).

Tercero, a pesar de ser mayor el campo visual abarcado en la representación, gracias al uso de la anamorfosis y lo digital, no se necesita un aparatoso soporte. En efecto, la tecnología viene a completar el acceso universal y de bolsillo por medio de los pequeños dispositivos móviles e internet.

Finalmente, habiendo el todo encontrado una correlación directa con la definición técnica de la anamorfosis, la perspectiva y la geometría descriptiva, como así también con el campo matemático e informático; contamos con un paquete de recursos más que suficientes para seguir el camino de un posible e innovativo sistema de representación.

## Agradecimientos

Con dedicación y profundo sentir, a Vito Cardone.

## Notas

[1] Cfr. <<https://www.microsoft.com/en-us/p/sketch-360/9p-89s2qlh1lt>> (consultado el 17 de febrero de 2018).

[2] Cfr. <<https://www.studiobehind90.com>> (consultado el 17

de febrero de 2018).

[3] Cfr. <<https://www.oniride.com/360art>> (consultado el 17 de noviembre de 2017).

## Autores

Lucas Fabián Olivero, Dipartimento di Ingegneria, Università degli Studi della Campania "Luigi Vanvitelli", lucasfabian.olivero@unicampania.it  
 Adriana Rossi, Dipartimento di Ingegneria, Università degli Studi della Campania "Luigi Vanvitelli", adriana.rossi@unicampania.it  
 Salvatore Barba, Dipartimento di Ingegneria Civile, Università degli Studi di Salerno, sbarba@unisa.it

## Lista de referencias

- Araújo, A. (2017). Anamorphosis: optical games with perspective's playful parent. En J.N. Silva (ed.) *Recreational Mathematics Colloquium V. Proceedings of the Recreational Mathematics Colloquium V - Gathering for Gardner Europe*, vol. 5, pp. 71-86. Lisboa, 28-31 January 2017. Lisboa: Associação Ludus. <<https://repositorioaberto.uab.pt/handle/10400.2/6647>> (consultado el 7 de marzo de 2018).
- Araújo, A. (2018a). Drawing Equirectangular VR Panoramas with Ruler, Compass, and Protractor. En *Journal of Science and Technology of the Arts*, vol. 10, n. 1, pp. 15-27. <<https://doi.org/10.7559/citarj.v10i1.471>> (consultado el 16 de mayo de 2018).
- Araújo, A. (2018b). Ruler, compass, and nail: constructing a total spherical perspective. En *Journal of Mathematics and the Arts*, vol. 12, nos. 2-3, pp. 144-169. <<https://doi.org/10.1080/17513472.2018.1469378>> (consultado el 3 de julio de 2018).
- Barazzetti, L., Previtali, M., Roncoroni, F. (2017). 3D modelling with the Samsung Gear 360. En *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, vol. XLII-2/W3, pp. 85-90. <<https://doi.org/10.5194/isprs-archives-XLII-2-W3-85-2017>> (consultado el 15 de febrero de 2019).
- Barba, S., Rossi, A., Olivero, L.F., (2018). "CubeME", a variation for an immaterial rebuilding. En R. Salerno (a cura di). *Rappresentazione/Materiale/Immateriale. Drawing as (in)tangible representation*. Atti del XV Congresso dell'Unione Italiana per il Disegno - 40° Convegno Internazionale dei Docenti della Rappresentazione. Milano, 13-15 settembre 2012, pp. 31-36. Rome: Gangemi Editore International.
- Barre, A., Flocon, A., Bouligand, G. (1967). *La Perspective curviligne: de l'espace visuel à l'image construite*. Paris: Flammarion.
- Bourke, P. (July 2016). Converting to/from cubemaps. <<http://paulbourke.net/miscellaneous/cubemaps>> (consultado el 21 de mayo de 2018).
- Cabezos Bernal, P., Cisneros Vivó, J., Soler Sanz, F. (2014). Anamorfosis, su historia y evolución. En *EGA Expresión Gráfica Arquitectónica*, n. 23, pp. 148-161. <<https://doi.org/10.4995/ega.2014.2184>> (consultado el 29 de enero de 2019).
- Cardone, V. (2015). *Modelli grafici dell'architettura e del territorio*. Santarcangelo di Romagna: Maggioli Editore.
- Fernández Rodríguez, M. (2002). Homología entre figuras de tercera categoría. En *Geometría y Cartografía: las más viejas ciencias, las más nuevas tecnologías*. Actas del XIV Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica de INGEGRAF. Santander, 5-7 junio 2002, s.e.
- Grau, O. (2003). *Virtual Art: From Illusion to Immersion*. Cambridge, Mass.-London: The MIT Press.
- Greene, N. (1986). Environment Mapping and Other Applications of World Projections. En *IEEE Computer Graphics and Applications*, vol. 6, n.11, pp. 21-29. <<https://doi.org/10.1109/MCG.1986.276658>> (consultado el 21 de enero de 2019).
- Habakuk, I. J., Zöllner, C., Müller, A. (2010). Sketching in space. <[http://theconstitute.org/sketching\\_in\\_space](http://theconstitute.org/sketching_in_space)> (consultado el 25 de abril de 2018).
- Hernández Falagán, D., Signes Orovay, F., Berdié Soriano, A. (3 March 2015). Sistema cónico-diédrico, pp. 10-12. <<https://sistemasderepresentacio.files.wordpress.com/2015/03/03.pdf>> (consultado el 10 de marzo de 2019).
- Kurbatov, V. (18 January 2017). Draw Sketches for Virtual Reality Like a Pro. <<https://medium.com/inborn-experience/vr-sketches-56599f99b357>> (consultado el 21 de mayo de 2018).
- Leopold, C. (2016). Points of view and their interrelations with space and image. En V. Viana, et al. (eds.). *Geometrias & graphica 2015 proceedings*. Proceeding of III Conferência Internacional de APROGED - Associação dos Professores de Desenho e Geometria Descritiva – XI International Conference on Graphics Engineering for Arts and Design. Lisboa, 1-3 Outubro 2015, vol 1, pp. 365-373. Porto: APROGED.
- Lolas, C. (2014). Inmersividad, orígenes y nuevos medios. En *Escáner Cultural. Revista Virtual de Arte Contemporáneo y Nuevas Tendencias*. <<http://escaner.cl/revista/node/7473>> (consultado el 3 de junio de 2019).
- Masetti, M. (2014). *La prospettiva e la costruzione dello spazio figurativo*. Tricase (LE): Youcanprint.
- Michel, G. (2013). L'oeil, au centre de la sphere visuelle. En *Boletim da Aproped*, n. 30, pp. 3-14.
- Migliari, R. (2012). La Geometria descrittiva: evoluzione di una

teoria. En M. Filippa, L. Carlevaris (a cura di). *Elogio della teoria. Identità delle discipline de disegno e del rilievo*. Atti del IX Congresso dell'Unione Italiana per il Disegno - 34° Convegno Internazionale dei Docenti della Rappresentazione. Roma, 13-15 dicembre 2012, pp. 23-29. Roma: Gangemi Editore.

Rossi, D. (2018). Brand new: panorama. L'immagine continua per il disegno della realtà virtuale. En R. Salerno (a cura di). *Rappresentazione/Materiale/Immateriale. Drawing as (in) tangible representation*. Atti del XV Congresso dell'Unione Italiana per il Disegno - 40° Convegno Internazionale dei Docenti della

*Rappresentazione*. Milano, 13-15 settembre 2012, pp. 1389-1396. Roma, Italy: Gangemi Editore International.

Shannon, S. (2016). Panoramas: 19th-Century Virtual Reality. <<https://shannonselin.com/2016/11/panoramas-19th-century>> (consultado el 13 de febrero de 2019).

Wong, T., Wan, L., Leung, C. (2007). Isocube: Exploiting the Cubemap Hardware. En *IEEE Transactions on Visualization & Computer Graphics*, vol. 13, n.4, pp. 720-731. <<https://doi.org/10.1109/TVCG.2007.1020>> (consultado el 17 de febrero de 2019).

# A Codification of the Cubic Projection to Generate Immersive Models

Lucas Fabián Olivero, Adriana Rossi, Salvatore Barba

## Abstract

*The results of this research aim to describe the representation system made with immersive visualizations. The main goal is to transfer techniques that characterizes immersive models from raster images to models generated with vector images. This way is passed over the boundary that supposes the simple substitution of the elementary geometrical entity, point (or pixel), with the line. In order to do it, the transformations from bi-dimensional views to the immersive panoramic will be codified. It is proposed an advancement for the state of the art, connecting the studies with the descriptive geometry field, opening the cone of vision to the whole space that surrounds the observer. The work considers, as a departure point, previous studies about hybrid immersive models using both equirectangular and cubical projections. But, while for the equirectangular projection there is a complete bibliography for both intuitive (trail-error) and mathematical methods, for cubical projection instead, the procedures are just approximated, without a necessary theoretical and complete framework. The used method previews, as a mandatory passage, the development of geometrical formulations that will constitute the base for the mathematical ones. Announcing future steps, the content here presented in graphical terms, will look to be synthesized in an algorithm with digital graphics output, written ad-hoc, looking to propose a new advanced technique of representation.*

*Keywords: cubical projection, cubemap, equirectangular projection, advanced representation techniques, VR panoramas.*

## Introduction: immersiveness and immersive model

*"Inmersividad, proviene del lat. immersus, part. pas. de immergēre, sumergir. Hablar de nuevas tecnologías nos lleva al concepto de inmersivo, de inmersión y de proyectos inmersivos. El criterio utilizado es estar sumergido, o contenido por algo. Lo que nos hace suponer-imaginar que al estar sumergido o inmerso hablamos de un medio ambiente, de un macro ambiente, de una escenografía, de una construcción, o una arquitectura variable" [Lolas 2014].*  
An immersive model is a set of communicative elements (for example graphics, texts, sounds, videos), connected to a virtual environment. It will be this environment to allow the interactivity of the user with the content. Environment and content then can be connected in different ways: for instance, the content overlaps a virtual

environment (Virtual Reality) or the content overlaps a part real and part virtual environment (Mixed Reality). There would be a third possibility where the content overlaps just a material (real) environment (Augmented Reality) but this possibility will be excluded from this article as our focus is precisely on the environment creation. As, in this case, the generation of the environment is not object of representation, the problem is reduced in a technical difficulty (the execution) and not to a theoretical question.

In *La geometria descrittiva: evoluzione di una teoria* is commented "Ci si accorge, allora, che la rappresentazione matematica con le sue caratteristiche di continuità e accurato controllo metrico è affine al metodo di Monge,

mentre la rappresentazione numerica, discontinua e approssimata, ma agile nella visualizzazione foto realistica, è affine alla prospettiva" [Migliari 2012, p. 26]. Based on this, as we are focused on the representation regarding the environment itself, it is possible to study the sensitive perception produced by shapes in the space (as extension of classic perspective) or the mathematical model for its definition (as extension of Monge system). Thus, two clear objectives are defined: first, how to represent basic shapes in an immersive model, and second, the relation from the perceived image with its constructive definitions. Understand these two concepts results fundamental to comprehend the space when, for example, the immersive model is applied to architecture. This space will be defined with an extension of classical perspective and its methods, enlarging the technique and finding a fluid way to read objects in relationship with the architectural environment and this with the urban context.

As a consequence of a growth use of immersive techniques, must be pointed how important is to regulate the process to warranty a scientific procedure. It is in fact enough to see the exponential increasing of use and applications based on panoramic photography. On another hand, the construction of a generic environment involves both architects and engineers mainly because: first, the conception and materialization of the space constitutes their raw material; and second, because the state of art shows the autonomous existence of this representation system which lacks scientific discipline almost completely, being this slot where the article takes place.

The definition of the term 'virtual' here used, goes further the usual connection with the tools of execution of the drawings. It is proposed widely, in the terms expressed by Vito Cardone in his *Modelli grafici dell'architettura e del territorio*, that is "con l'aggettivo inteso come ciò che è latente, ma soprattutto come ciò che possiede una potenzialità; ossia – secondo la categoria aristotelica – come ciò che è fondamentalmente potenziale inteso" [Cardone 2015, p. 342].

We extend the definition to survey models (reconstructions) or models destined to architectural planning. As we will see, this opening will not link us to the used tool but to the communicational coherence of the representation, or, to the thought process for the construction of the scene.

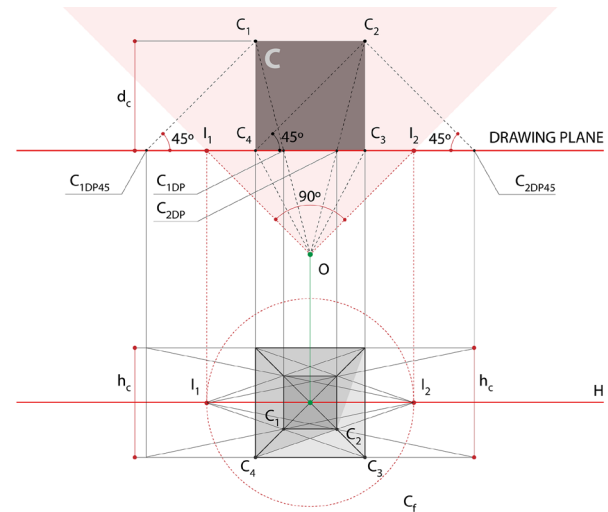


Fig. 1. Conical perspective solved using the 45° diagonals to find  $C_1$  and  $C_2$  (graphic elaboration by Lucas Fabián Olivero).

## The context

The first steps of the current immersive models find origin in entire environments that we could refer as 'immersive installations'. Some examples are some *trompe l'œil*, the Sistine Chapel, the compositions of Andrea Pozzo, in St. Ignatius of Loyola at Rome etc.

In these cases, the room is a real space and the representation is based on one specific point of view. Following that point, the spectator can dive into epic scenes and study the symbolic content.

From here, maybe the first systematic attempts to create virtual environments with entertainment purposes were between the 18th and 19th Century.

Then 360° painted scenes for the panoramic rotunda of Robert Baker and multiple projections of the Cinerama [Rossi 2018, pp. 1389, 1390; Cabezos Bernal, Cisneros Vivó, Soler Sanz 2014, p. 5] brought to the public the access to remote places or historic moments, such as the ruins of Pompeii or the Battle of Waterloo.

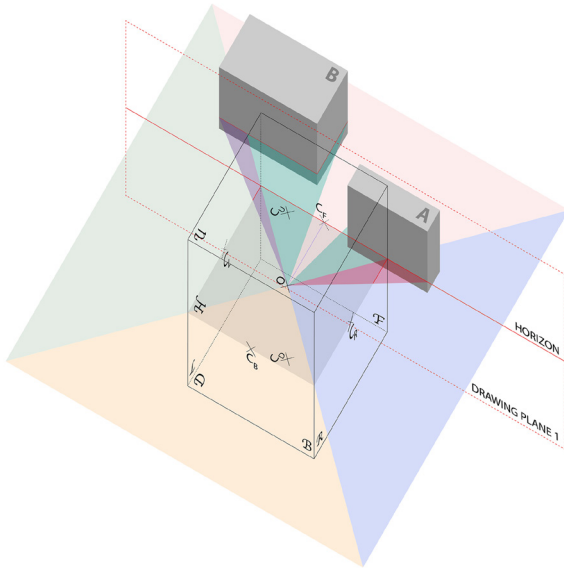


Fig. 2. Generic scene to be represented in cubical projection (graphic elaboration by Lucas Fabián Olivero).

Up to this point, an entire huge mechanism serves to create the illusion of the audience. Sometimes this device even tried to 'confuse' spectators passing them through installations designed for that purpose: "The building was designed to disorient people as they passed from the actual to the virtual world. Spectators had to walk down a long dark hallway and climb shadowy stairs before emerging onto the viewing platform" [Shannon 2016].

Finally, one nearest link is the panoramic photography, evolution of the first panoramic drawings. Nowadays, thanks to the Internet it is very easy to find whole or partial immersive panoramas from elsewhere. In fact, digital architectural navigation to countless places and urban exploration had become a daily habit thanks to billions of people that have a photographic machine in their mobile phones and the use of many applications able to capture single images and then compose the entire panorama through an instant stitching such as Google Street View.

Today, immersive models are used mainly to disseminate information but at the same time, it can be seen a strong growth for technical uses. For example, to visualize architectural and urban projects or as a basis for photogrammetric modelling [Barazzetti, Previtali, Roncoroni 2017].

## Anamorphosis

At the base of all these productions and as a common denominator, we find anamorphoses. An anamorphosis is a way to reduce dimensions in the most literal sense of the word. For example, a real object that exists in three dimensions is reduced in one dimension when it is drawn in the plane, however and as is logical, the object and its representation are equivalents in meaning, but not in matter.

In order to appreciate the 'natural form' of an anamorphosis, there are two conditions: first, the observer must watch the scene from the exact point where the rays of the conic projection converge.

If not, the representation will look as 'deformed'. Indeed, Andrea Pozzo marked those points in the above-mentioned St. Ignatius for the best appreciation of the scenes in the main nave and in the false dome. Nevertheless, when the same representation is watched outside of the focus point, is not entirely correct to affirm that is deformed (as a synonym of erroneous, poorly performed). The representation is just correct for a single spatial point and for a specific field of view, such as pointed by the mathematician António Araújo in *Anamorphosis: Optical games with Perspective's Playful Parent* [Araújo 2017, pp. 73, 74].

There is also a condition to produce an anamorphosis: to have the knowledge of the surface where the rays are being projected. The distribution of the spatial points in the final representation will depend on the shape of that surface. As that surface must be flattened, without its knowledge is impossible to determinate the group of possible developments in the plane.

In particular, classical perspective itself is a special case of anamorphosis. Indeed, the surface is known (a plane) and the group of projected rays is reduced to those contained in the cone with a field of view of 90°. The result of following these two conventions, is a type of representation where the deformed outline of the objects can be overlapped to the reality, fooling our perception and giving the

sensation of something truth. In fact, "Perspective had been developed as a method representing space and spatial objects according to our seeing" [Leopold 2016, p. 409]. Thus, it has been popularized by its character by common agreement either for its reading or for its elaboration.

In the case of our immersive models, the used surface is no longer a plane but a spatial container. The surface now surrounds the observer, closes around it and defines a specific projection related to its intrinsic characteristics. The next step is defined as the flattening of the surface and the codification of the previously mentioned possible line developments. So, for example, the equirectangular projection is the flattened map of the projected points and lines in a sphere, while the cubical projection (or cubemap) is the resulting flattening when the used projection surface is a cube.

### Digital and hybrid immersive model

During the history, the used tools to do a representation have switched from analogical to digital, giving as a result nowadays a big range of expressive possibilities. The choice can be done according to the technical-communicative needs defined by the object of the representation itself. In particular, the digital technology, that has started with the imitation of analogical techniques, has gradually become an independent language of representation.

The immersive models referred in this article are, in their final version, digital, or better said, assembled and visualized with digital technology. Effectively, in order to have the most complete fruition and interactivity degree, the content additions and the final visualization are carried out with computer support. Maybe the best-known example of a digital immersive model is the virtual tour where the used environments can be from 360° panoramic photographs to environments entirely created with modelling programs.

Passing over the rusty debate about the primacy of digital or analogical techniques, it is proposed a hybridization of digital models with analogical drawings. In this way, it is possible to recover some of the innumerable advantages that both techniques can offer separately strengthening mutually. We will call this Hybrid Immersive Model. The hybrid immersive model is generated with analogical techniques and mounted, navigated, enhanced and visualized with digital ones.

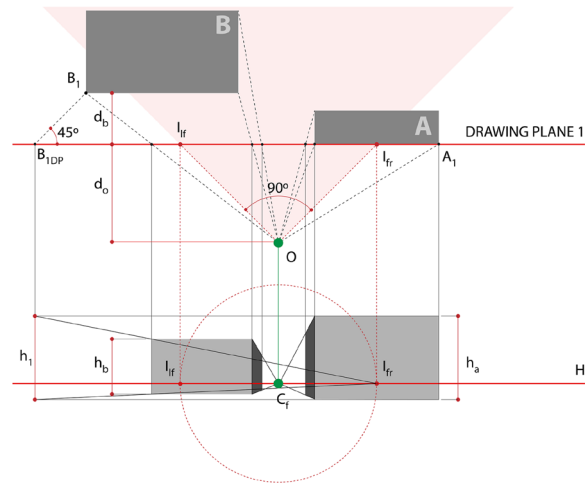


Fig. 3. Construction of the classical conical perspective of the scene (graphic elaboration by Lucas Fabián Olivero).

There are different kind of projections used in computer sciences that allow to synthesize the entire panorama around the observer. Most of them represent at least six vanishing points according with the x, y, z axes of the 3D euclidean space, however, this work will just refer the equirectangular and the cubical projections.

### The state of the art

It has been studied a varied casuistry of immersive artworks cases. The presented selection bases on two criteria: first, the chosen surface for the creation of the virtual environment, and second, in the used drawing method.

For the first case, the chosen examples reach the two most used surfaces for VR navigation: the sphere and the cube. In particular, they refer the equirectangular projection (among the various spherical projections) and the cubical projection respectively.

For the second criteria, are referred two main methods used indistinctly for each projection: the intuitive (or trial-and-error) and the geometric / analytical / mathematical. The intuitive method considers the use of preformatted grids. Following the template, the users can 'create' immer-



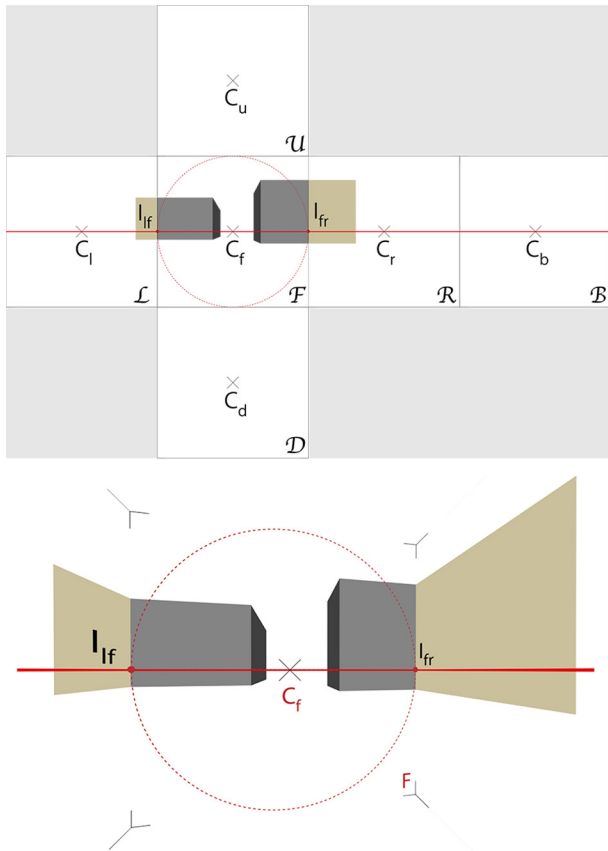


Fig. 4. The composed perspective placed into the cubemap and its immersive visualization (graphic elaboration by Lucas Fabián Olivero).

sive perspectives, although they are not necessarily really conscious of what are they doing. In fact, the depth effect of perspective can be also the result of guessing with approximative trial-and-error proves.

A geometric / analytical / mathematical method instead, aims to spread a deep knowledge: the reasoning to understand the whole projection in the space. This article is part of this second group.

Crossing the criteria, for spherical projections using intuitive methods, it is possible to find an increasing number of architects and artists using grids, such as Arno Hartmann (Germany), Sandnes Frode Eika (Norway) and Bruno Sucurado (Argentina). Here, the grid has been used either to produce imaginary virtual environments (project) or to re-produce synthesizing real environments (survey). Another use given to these templates is as a base for 360° raster drawing software, such as *Sketch 360* [1].

For spherical projections using geometrical-mathematical methods, works such as *Drawing Equirectangular VR Panoramas with Ruler, Compass, and Protractor*, *Constructing a Total Spherical Perspective* [Araújo 2018a; 2018b] and *La prospettiva e la costruzione dello spazio figurativo* [Masetti 2014], evolve or complement previous works such as *L'œil, au centre de la sphere visuelle* [Michel 2013] and *La perspective curviligne: de l'espace visuel à l'image construite* [Barre, Flocon, Bouligand 1967]. All these studies aim to the analytical development of perspective using spherical projections. The methods cover from partial field of views up to the whole 360x360°. In any case, there is a common *modus* breaking down of the whole system into the simple construction of partial elements like points, lines and planes. Only then is given a method that includes an integral solution. The result is an exhaustive base material in scientific terms. In particular, the intention to solve these systems is pointed to the use of simple instruments such as the ruler and compass or, as Migliari refers with the use of the classic geometry "la geometria classica che impiega esclusivamente la retta e il cerchio" [Migliari 2012, p. 27].

For cubical projection using intuitive methods, there are many blog entries as tutorials, such as *4 Steps to Create a 360 VR Illustration/Painting in Photoshop* of the Studio Behind 90 office [2] or *Draw Sketches for Virtual Reality Like a Pro* [Kurbatov 2017]. These publications try to solve the 'how-to' without mention the projection itself and its characteristics. In some cases, the problem is partially solved converting the equirectangular grid into the cubemap and then reverting to the equirectangular for-

mat again. There are more automated procedures also such as the Oniride plugin [3] created for Photoshop 2015.5. Furthermore, as described in the *How to create 360 Virtual Reality (VR) Illustration with Adobe Photoshop CC* from the previously mentioned Studio Behind 90, Adobe Photoshop includes by default a tool to switch between the equirectangular projection and a flattened vision. Finally, there is the Sketching in Space project [Habakuk, Zöllner, Müller 2010] that uses an interactive installation based on a cube and wireless tools designed ad-hoc. For the cubical projection using geometrical-mathematical methods, the research gives a partial result with raster-based solutions, leaving a gap of disciplinary advancement for a vector-parametric answer. There are also methods that could be adapted to give partial solutions since the cube is used as the basic reference to draw spatial forms but always giving just incomplete solutions. Some examples are the *Prisma Homólogo de un Cubo* method used in the *Homologías entre figuras de tercera categoría* [Fernández Rodríguez 2002, p. 2]; or the drawing of the cube in perspective that makes an “*aplicación de retícula con figuras en paredes laterales y localización en su interior*

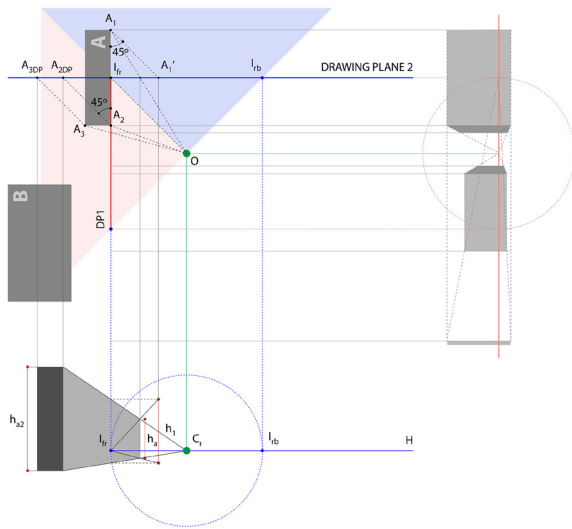


Fig. 5. Construction of the conical perspective rotating the observer 90° to its right (graphic elaboration by Lucas Fabián Olivero).

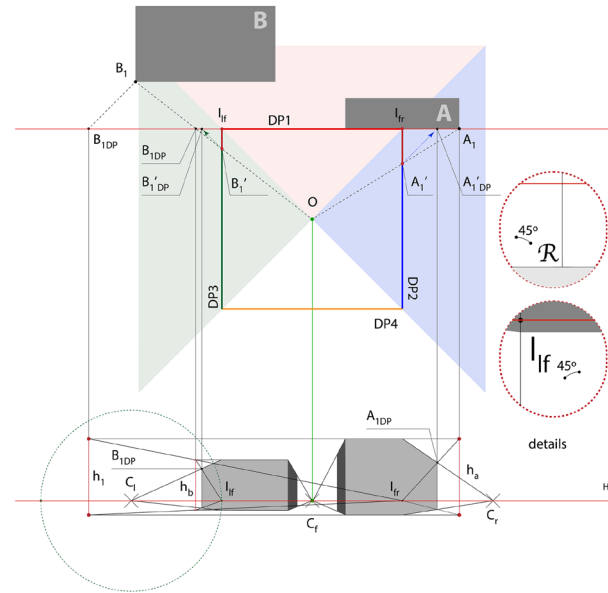


Fig. 6. Final composition of the scene solved with the use of conical projection (graphic elaboration by Lucas Fabián Olivero).

de dos estructuras poliédricas valiéndose de la retícula de las paredes y el suelo” [Hernández Falagán, Signes Orovay, Berdié Soriano 2015, pp. 10-12]. All these knowledges, undoubtedly valuable as a starting point, do not give a fully, systematized, organic and elegant solution to the immersive creation with cubical projection. In order to do it, a solution that includes the classification of lines and the elaboration of grids must be proposed as, for example, the complete immersive drawing method based on geodesics as used for the equirectangular projection [Araújo 2018a, p. 17]. Even if the current developments for cubical perspective are not exhaustive to solve the problem, as indicated in the first part of this work [Rossi & Olivero 2018, p. 36], a close approach is the comparative study of both surfaces in computer science for environmental mapping, such as Isocube: Exploiting the Cubemap Hardware [Wong, Wan, Leung 2007], Converting to/from cubemaps [Bourke 2016] or Environment Mapping and Other Applications of World Projections [Greene 1986]. However, as could

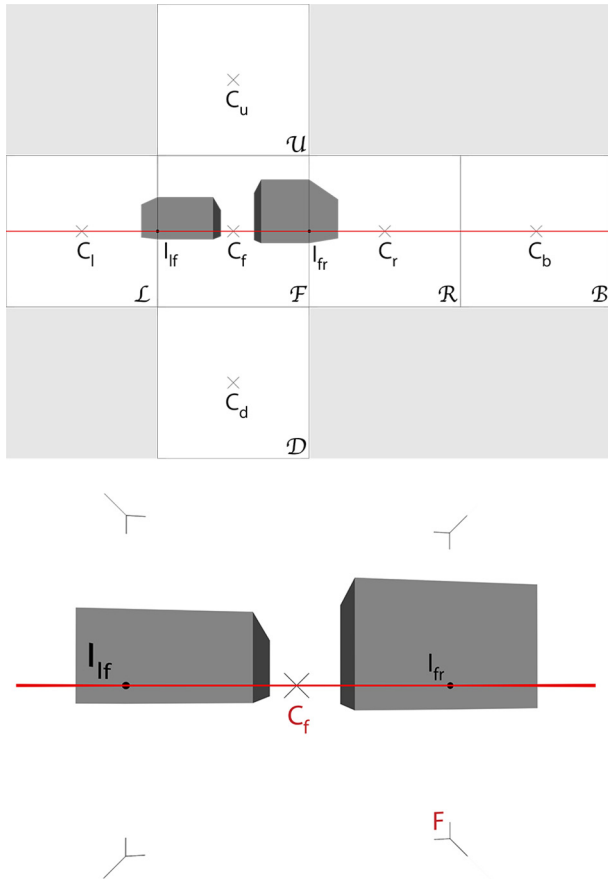


Fig. 7. Final construction placed into the cubemap and its immersive visualization (graphic elaboration by Lucas Fabián Olivero).

be natural for this area, the study is focused on the performance and efficiency in terms of resources for rendering, evaluating, for example, graphical benefits such as reflections and shadows for 3D modelling. In terms of texture, for example, each pixel of the sphere (inscribed or circumscribed in a cube), finds its correlation with a pixel of the texture of the cube. The result is just validated by a correct visual appreciation without a metric parameter:

As a result, the content collected for the cubic projection using geometric / mathematical methods does not complete a holistic solution. The empirical methods instead, manage to cover well the how-to procedure but leaving out of focus the scientific precision. So the current state of art shows a big presence of the trial and error method and as a consequence, the obtained result can be only for exhibition purposes mainly, which has, at least, a doubtful utility for scientific purposes.

This characteristic seems to be inherited from the historic conception and use of immersion. In fact, in those cases the goal was to increase the emotional impact of the users as pointed in Virtual Art: "Immersion can be an intellectually stimulating process; however [...] in most cases immersion is [...] a passage from one mental state to another. It is characterized by diminishing critical distance to what is shown and increasing emotional involvement in what is happening" [Grau 2003, p. 13]. Therefore, one risk is the propagation of a not normalized representation that could lead to a black box use [Araújo 2018a, p. 16]. As a result, those who make use of this representation system may not really possess the knowledge of what they are doing, rather they may be mere virtuosos in the use of some software or tool. Nevertheless, the whole state of art testifies the growing interest in those techniques that join unify the analogical drawing with the VR technology.

### Basic descriptive geometry in cubical projection

Hereinafter, a generic example of representation in cubical projection using a geometrical / mathematical method is presented. At the base of all the reasoning there is classical descriptive geometry. The objective is to find the correct projections for a projection that will result fragmented since it exceeds the normal  $90^\circ$  vision cone that each cube face contains. In order to clarify some concepts that will be used next, a conical perspective example with a central vanishing point is recall (fig. 1).

The used method suggests to find the correspondent position of each point in the perspective (bottom part of the figure) by defining rays from  $C_1$  to  $C_4$  to the observer  $O$  and intersecting the drawing plane (DP). In particular,  $C_3$  and  $C_4$  result in real dimension in H because they are in contact with DP.

The problem is how to find the depth of elements that are not in contact with DP such as  $C_1$  and  $C_2$ .

In a first method,  $C_{1DP}$  and  $C_{2DP}$  are going to be used, which are the intersections of rays  $C_1O$  and  $C_2O$  with DP. Then  $C_3$  and  $C_4$  are projected toward the central point. The projections of  $C_1$  and  $C_2$  are in the intersection with the extensions of  $C_{1DP}$  and  $C_{2DP}$ .

Furthermore, there is also another possibility which suggests to project the searched point with an angle of  $45^\circ$  towards the drawing plane. What are we doing actually is to use known vanishing points (those corresponding to  $45^\circ$  lines). In the specific case of  $C_2$ , the diagonals intersect DP in  $C_{2DP45}$  and  $C_4$ . Applying the reasoning previously explained, the real height of the object  $h_c$  is positioned in H in the extension of  $C_{2DP45}$  or  $C_4$ . From there,  $C_2$  is projected to the vanishing point  $l_1$  or to  $l_2$  if  $C_4$  is being used. Any of the two diagonals give the same result, which can be graphically verified also for  $C_1$ .

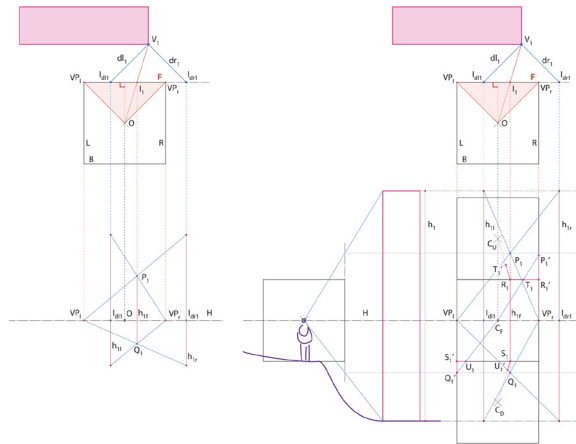


Fig. 8. General layout of the complete algorithm for horizontal and vertical lines parallel to the faces of the cube (graphic elaboration by Lucas Fabián Olivero).

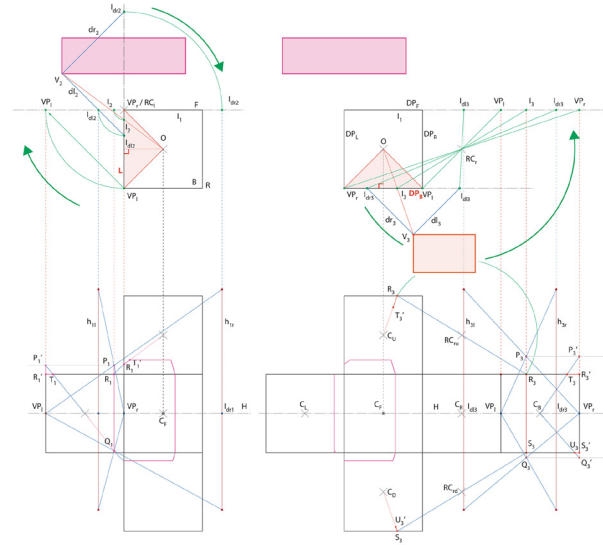


Fig. 9. Application of the algorithm to a practical exercise. Resolution of a line contained in one face (left) and of a line divided in three segments (right) (graphic elaboration by Lucas Fabián Olivero).

In conclusion, any of the three ways must verify that the projection of  $C_2$  is at the intersection with  $C_{2DP}$ . Let us now present the generic scene composed for two buildings A and B (fig. 2) to be represented in cubical projection. The perspective is a composition that uses one central vanishing point called  $C_f$  (fig. 3). Both buildings have the same height  $h_1$ . The facade of building A is parallel and coincides with DP1. Building B is also parallel to DP1 but it is located at a certain distance  $d_b$ . A generic observer  $O$  is defined located at a distance  $d$  from DP1 and perpendicular to it. Now to construct the perspective, every vertex of buildings A and B are extended to  $O$ . Any intersections with DP1 is, at its time, extended to the bottom part until the horizon line H. Since  $A_1$  is in contact with DP1, it results that  $h_1 = h_a$ . Then  $h_a$  can be translated to H in real dimension and positioned directly according to its relationship with the observer (or H). To find  $h_b$  instead, the previous method with the diagonals will be followed, for example,  $B_1$  at  $45^\circ$  towards DP1. As a result of this construction, the complete scene is obtained with zones that exceed a  $90^\circ$  field of view.

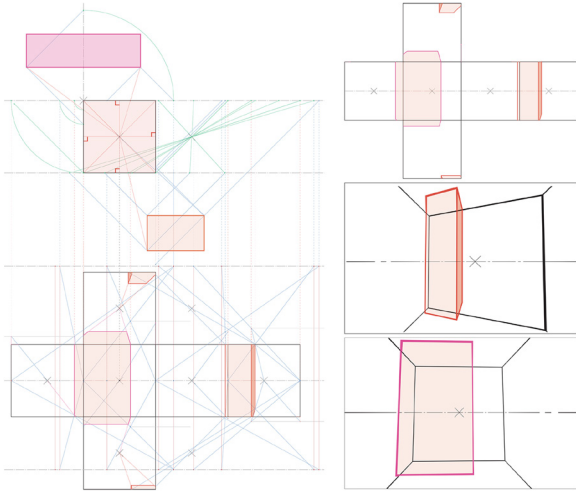


Fig. 10. Application of the algorithm to a vertex positioned in planes different than the frontal one: projection in L and R (left), projection in B (right) (graphic elaboration by Lucas Fabián Olivero).

Next, the recently created scene is positioned in the open cube map and then proceeded to the immersive navigation. As each face of the cubemap contains a field of view of 90°, the outside zones are incorrectly visualized (fig. 4). Nevertheless, if the observer turns to its right, it is possible to reconstruct building A which is actually the only one in its visual field (fig. 5). In this case is used drawing plane DP2, perpendicular to DP1 and the vanishing point Cr. The part ahead DP2 is solved in the same way at the beginning of this section, that is translating A<sub>2</sub> and A<sub>3</sub> with an angle of 45° to DP2. The real height of the building is in correspondence with point I<sub>fr</sub> (intersection of A with DP2). Using I<sub>fr</sub> and projecting from C<sub>r</sub>, the searched heights are obtained in correspondence with A<sub>2DP</sub> and A<sub>3DP</sub>. Placing this last content on the right face R of the cubemap centred on C<sub>r</sub>, the immersive navigation results in a correct visualization (fig. 6). Thus, the use of a drawing plane orthogonal to the first scenario gives as a result the correct anamorphosis. In order to complete the scene, it is now proposed a direct method. Coming back to the initial scene, we want to find the intersections without the cumbersome need to rotate every 90°. To this end, the projections in the

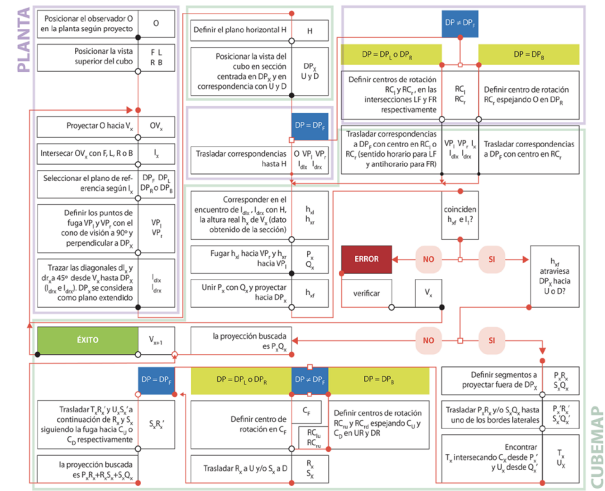


Fig. 11. Complete resolution of a practical exercise applying the algorithm (left). Final cubemap and VR visualization (right) (graphic elaboration by Lucas Fabián Olivero).

four planes of drawing DPI to DP4 located around the observer are studied (fig. 7). A<sub>1</sub> is used to verify the new method with the already elaborated perspective. After established new drawing planes also new intersections have appeared, and therefore new projections. In the intersection of ray OA<sub>1</sub> with DP2 has now appeared A<sub>1</sub>'. This point is in front of DPI, so, to find its correspondence is translated 45° towards the extension of DPI, which gives A<sub>1</sub>'<sub>DP</sub>. In perspective, A<sub>1</sub>'<sub>DP</sub> effectively matches the intersection already built during the previous steps. Iterating the process for B<sub>1</sub> the effective end of building B is also found. Now joining all the constructions in the cubemap and using the immersive modality, the correct composition of the anamorphosis can be verified (fig. 8). As last step, once a complete drawing has been done, digitalized and cut with the right proportions, it will be necessary to add some metadata trough digitally manipulation and do certain mandatory passages required to assemble the model using software such as Hugin or PanotourPro to recompose the cube. A first work-flow guideline for this part can be found in "CubeME", a variation for an immaterial rebuilding [Barba, Rossi, Olivero 2018].

## The complete algorithm

“*A partir del estudio geométrico y algebraico de la homología entre figuras de tercera categoría podemos proporcionar a la Informática una serie de algoritmos que nos permitan explotar las posibilidades de esta transformación geométrica*” [Fernández Rodríguez 2002, p. 1]. As corollary of the applications, a first complete algorithm for drawing on the six faces of the cube is presented (fig. 8). The general workflow is defined through the use of the already presented 45° diagonals and the searched height is found in their encounter. Once got it the height, a double verification is made using the correspondence given by ray  $OP_x$  (fig. 9). As practical application is solved an example composed by two buildings with the same height located in the front and back of the observer (fig. 10) where is also included the solution to represent fragmented heights, that is, contained in more than one face of the cube (figs. 9, 10). The correctness of the whole construction is verified with the proper anamorphosis in the immersive visualization (fig. 11).

Is still missing the resolution of lines or planes that do not have their vanishing points at the centres of the faces (or, lines that are neither horizontal nor verticals, parallels to the edges of the cube). It is also announced that this total resolution will be the object of future publications.

## Conclusions

Cubical projection is presented as a complex representation that nourishes from the concepts of the classical perspective as a starting point. This new way of adaptation enhances undoubtedly immersive graphics. However, is still lacking to develop a complete classification of lines, the resulting projections from the intersection

of planes with the cube, as well as a method to locate points from live survey.

Some innovative aspects of this kind of representation are synthesized in: first, the system seeks to enhance, define and organize in a technical way a geometrically defined immersive hybrid model, exclusive potential for the moment of the digital modeling. In fact, thanks to the scientific use of technology, the usefulness of immersive installations has been extended and made more complex, with the fundamental difference (regarding the historical panorama) that the user can interact and add content in real time.

Second, being at the base of these models the analogical drawing, the system constitutes an instrument to understand and manipulate the space. Can be seen that this upgrade of the traditional methods supports an extended application. In fact, since the support is not limited to 90° of visual field but open to the entire surrounding vision, can be meekly studied the relation of the object and its spatial insertion and the building in its urban context. The produced environment also gives (and at the same time) a base to upload interactive contents with the possibility of visualization in real scale (thanks to the use of VR glasses).

Third, although the huge visual field covered, thanks to the use of anamorphosis and digital technology, no bulky support is needed. In effect, technology comes to complete a universal and 'pocket' access through mobile devices and the use of Internet.

Finally, being the whole process in direct correlation with the technical definition of anamorphosis, perspective and descriptive geometry, as well as mathematics and computer sciences; we have a package of resources more than enough to follow the path of a possible and innovative system of representation.

## Acknowledgments

With special and deeply dedication to Vito Cardone.

## Notes

[1] See <<https://www.microsoft.com/en-us/p/sketch-360/9p-89s2qlh11t>> (accessed 2018, February 17).

[2] See <<https://www.studiobehind90.com>> (accessed 2018,

February 17).

[3] See <<https://www.oniride.com/360art>> (accessed 2018, February 17).

## Authors

Lucas Fabián Olivero, Department of Engineering, University of Campania "Luigi Vanvitelli", lucasfabian.olivero@unicampania.it  
 Adriana Rossi, Department of Engineering, University of Campania "Luigi Vanvitelli", adriana.rossi@unicampania.it  
 Salvatore Barba, Department of Civil Engineering, University of Salerno, sbarba@unisa.it

## Reference list

- Araújo, A. (2017). Anamorphosis: optical games with perspective's playful parent. In J.N. Silva (ed.) *Recreational Mathematics Colloquium V. Proceedings of the Recreational Mathematics Colloquium V - Gathering for Gardner Europe*, vol. 5, pp. 71-86. Lisboa, 28-31 January 2017. Lisboa: Associação Ludus. <<https://repositorioaberto.uab.pt/handle/10400.2/6647>> (accessed 2018, March 7).
- Araújo, A. (2018a). Drawing Equirectangular VR Panoramas with Ruler, Compass, and Protractor. In *Journal of Science and Technology of the Arts*, vol. 10, n. 1, pp. 15-27. <<https://doi.org/10.7559/citarj.v10i1.471>> (accessed 2018, May 16).
- Araújo, A. (2018b). Ruler, compass, and nail: constructing a total spherical perspective. In *Journal of Mathematics and the Arts*, vol. 12, n. 2-3, pp. 144-169. <<https://doi.org/10.1080/17513472.2018.1469378>> (accessed 2018, July 3).
- Barazzetti, L., Previtali, M., Roncoroni, F. (2017). 3D modelling with the Samsung Gear 360. In *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, vol. XLII-2/W3, pp. 85-90. <<https://doi.org/10.5194/isprs-archives-XLII-2-W3-85-2017>> (accessed 2019, February 15).
- Barba, S, Rossi, A., Olivero L.F. (2018). "CubeME", a variation for an immaterial rebuilding. In R. Salerno (a cura di). *Rappresentazione/Materiale/Immateriale. Drawing as (in) tangible representation*. Atti del XV Congresso dell'Unione Italiana per il Disegno - 40° Convegno Internazionale dei Docenti della Rappresentazione. Milano, 13-15 settembre 2012, pp. 31-36. Roma: Gangemi Editore International.
- Barre, A., Flocon, A., Bouligand, G. (1967). *La Perspective curviligne: de l'espace visuel à l'image construite*. Paris: Flammarion.
- Bourke, P. (July 2016). Converting to/from cubemaps. <<http://paulbourke.net/miscellaneous/cubemaps>> (accessed 2018, May 21).
- Cabezos Bernal, P., Cisneros Vivó, J., Soler Sanz, F. (2014). Anamorfosis, su historia y evolución. In *EGA Expresión Gráfica Arquitectónica*, n. 23, pp. 148-161. <<https://doi.org/10.4995/ega.2014.2.184>> (accessed 2019, January 29).
- Cardone, V. (2015). *Modelli grafici dell'architettura e del territorio*. Santarcangelo di Romagna: Maggioli Editore.
- Fernández Rodríguez, M. (2002). Homología entre figuras de tercera categoría. In *Geometría y Cartografía: las más viejas ciencias, las más nuevas tecnologías*. Actas del XIV Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica de INGEGRAF. Santander, 5-7 junio 2002, s.e.
- Grau, O. (2003). *Virtual Art: From Illusion to Immersion*. Cambridge, Mass.-London: The MIT Press.
- Greene, N. (1986). Environment Mapping and Other Applications of World Projections. En *IEEE Computer Graphics and Applications*, vol. 6, n.11, pp. 21-29. <<https://doi.org/10.1109/MCG.1986.276658>> (consultado el 21 de enero de 2019).
- Habakuk, I.J., Zöllner, C., Müller, A. (2010). Sketching in space. <[http://theconstitute.org/sketching\\_in\\_space/](http://theconstitute.org/sketching_in_space/)> (accessed 2018, April 25).
- Hernández Falagán, D., Signes Orovay, F., Berdié Soriano, A. (3 March 2015). Sistema cónico-diédrico, pp. 10-12. <<https://sistemasderepresentacio.files.wordpress.com/2015/03/03.pdf>> (accessed 2019, March 10).
- Kurbatov, V. (18 January 2017). Draw Sketches for Virtual Reality Like a Pro. <<https://medium.com/inborn-experience/vr-sketches-56599f99b357>> (accessed 2018, May 21).
- Leopold, C. (2016). Points of view and their interrelations with space and image. In V. Viana et al. (eds.). *Geometrias & grafica 2015*. Proceeding of III Conferência Internacional de APROGED - Associação dos Professores de Desenho e Geometria Descritiva – XI International Conference on Graphics Engineering for Arts and Design. Lisboa, 1-3 Outubro 2015, vol I, pp. 365-373. Porto: APROGED.
- Lolas, C. (2014). Inmersividad, orígenes y nuevos medios. *Escáner Cultural. Revista Virtual de Arte Contemporáneo y Nuevas Tendencias*. <<http://escaner.cl/revista/node/7473>> (accessed 2019, June 3).
- Masetti, M. (2014). *La prospettiva e la costruzione dello spazio figurativo*. Tricase (LE): Youcanprint.
- Michel, G. (2013). L'oeil, au centre de la sphere visuelle. En *Boletim da Aproped*, n. 30, pp. 3-14.
- Migliari, R. (2012). La Geometria descrittiva: evoluzione di una teoria. In M. Filippa, L. Carlevaris (a cura di). *Elogio della teoria. Identità delle discipline de disegno e del rilievo*. Atti del IX Congresso

dell'Unione Italiana per il Disegno - 34° Convegno Internazionale dei Docenti della Rappresentazione. Roma, 13-15 dicembre 2012, pp. 23-29. Roma: Gangemi Editore.

Rossi, D. (2018). Brand new: panorama. L'immagine continua per il disegno della realtà virtuale. En R. Salerno (a cura di). *Rappresentazione/Materiale/Immateriale. Drawing as (in)tangible representation*. Atti del XV Congresso dell'Unione Italiana per il Disegno - 40° Convegno Internazionale dei Docenti della Rappresentazione. Milano, 13-15 settembre 2012, pp.

1389-1396. Roma, Italy: Gangemi Editore International.

Shannon, S. (2016). Panoramas: 19th-Century Virtual Reality. <<https://shannonselin.com/2016/11/panoramas-19th-century/>> (accessed 2019, February 13).

Wong, T., Wan, L., Leung, C. (2007). Isocube: Exploiting the Cubemap Hardware. In *IEEE Transactions on Visualization & Computer Graphics*, vol. 13, n.4, pp. 720-731. <<https://doi.org/10.1109/TVCG.2007.1020>> (accessed 2019, February 17).